一般財団法人 新潟県建設技術センター

2019年度 研究助成事業報告書

微弱打撃により取得した加速度応答データを援用した

検査場所非依存型の空洞位置同定解析手法の構築に関する事業

2020年3月

長岡技術科学大学	機械創造工学専攻	倉橋	貴彦	(研究代表者)
長岡工業高等専門学校	環境都市工学科	村上	祐貴	(研究分担者)
長岡工業高等専門学校	機械工学科	池田	富士雄	(研究分担者)
長岡工業高等専門学校	機械工学科	井山	徹郎	(研究分担者)
長岡工業高等専門学校	電子制御工学科	外山	茂浩	(研究分担者)
長岡技術科学大学	機械創造工学専攻	井原	郁夫	(研究分担者)

1. はじめに

2012年の笹子トンネルの崩落事故を契機に、打 撃による非破壊試験に注目が集められている.本 事業関係者においても、打撃による非破壊検査に おいて定量的に検査することを目指し、有限要素 法と随伴変数法による打撃検査システムの提案を 行った¹⁾. しかしながら, 打撃の環境が変わる場合 は十分な打撃ができず、微弱な応答しか得られな い場合もある. 例えば、高所における打撃試験で は、近年、ドローンによる非破壊検査も考えられ ており,研究が進められている²⁾.しかし,飛行中 では打撃時における反力が取れないこともあり、 打撃方法についても工夫が必要である. また, 狭 小区間における打撃検査においても、十分に打撃 が実施できない場合もあり、上記のような高所や 狭小な領域における打撃試験では,弱い打撃力に おいて、空洞の有無や空洞の大きさ・深さ等を探 査することになる. このようなことを踏まえ、昨 年度の事業内容を拡張し、微弱打撃の条件下にお いて、コンクリート表面における応答変位量を用 いた空洞位置同定の可否について検証を行う. 解 析モデルとしては図1に示すモデルを用いる.



図1 打撃試験のモデル図

2. 空洞位置同定手法について

本検討では、空洞位置の同定問題に際し、コン クリート表面における観測変位とシミュレーショ ンにより求まった変位の差の二乗積分値を評価関 数として定義し、支配方程式(3次元領域に対する 振動方程式)の制約条件のもと評価関数の最小化 を行う、定式化の詳細は以下に整理する.

2.13次元領域に対する振動方程式

本研究では,式(1)~(3)に示す3次元の振動方程 式を用いる.式(1)~(3)は総和規約により記載して いる.

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \tag{1}$$

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl} \tag{2}$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(u_{i,j} + u_{j,i} \right) \tag{3}$$

ここに、 σ_{ij} は各応力成分、 u_i はx,y,z方向の変位、 D_{ijkl} は弾性係数行列、 ε_{ij} は各ひずみ成分を示す.四 面体一次の補間関数を適用した有限要素法により 定式化を実施すると、式(4)に示す離散化された有 限要素方程式が得られる.

$$[M_{\rm e}]\{\vec{u_{el}}\} + [K_{\rm e}]\{u_{\rm ei}\} = \{f_{ei}\}$$
(4)

添え字 e は各要素番号を示す. 質量減衰また剛性 減衰も考え, [C_e]= κ₀[M_e]+ κ₁[K_e] (κ₀, κ₁ は減衰パ ラメータ)とし,式(4)に減衰項を導入すると式(5) に示す離散化式が得られる.

$$[M_{\rm e}]\{\vec{u_{el}}\} + [C_e]\{\vec{u_{el}}\} + [K_{\rm e}]\{u_{\rm ei}\} = \{f_{ei}\}$$
(5)

全要素において重ね合わせを行った式として添え 字 *e* を外し,式(6)のように表す.

$$[M]\{\ddot{u}_i\} + [C]\{\dot{u}_i\} + [K]\{u_i\} = \{f_i\}$$
(6)

また,式(6)における初期条件・境界条件を式(7)~(9)のように定義する.

$$\{u_{i}(t_{0})\} = \{\widehat{u}_{i}\} \quad \{\dot{u}_{i}(t_{0})\} = \{\widehat{u}_{i}\} \quad \text{in} \quad \Omega \qquad (7)$$

$$\{u_i\} = \{\hat{u}_i\} \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \tag{8}$$

$$\{f_i\} = \{\hat{f}_i\} \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \tag{9}$$

ここに t_0 は解析初期時刻, Ω は解析領域, Γ_1 , Γ_2 は第一種境界, 第二種境界を示す.

2.2 評価関数の定義

加速度センサにより得られた加速度から変位応 答を求め、振動解析により求まった変位応答と比 較をすることで,空洞位置の評価を行う.ここで, 評価関数を式(10)のように定義する.

$$J = \frac{1}{2} (\{u_i\} - \{u_{\text{iobs.}}\})^T [Q] (\{u_i\} - \{u_{\text{iobs.}}\})$$
(10)

式(9)において[Q]は重み対角行列, T は転地記号, {u_i}は振動解析により求まった変位, {u_{iobs}.}は加速 度センサにより測定された加速度応答を変位応答 に変換した値を示す.本研究では式(10)を最小とす る空洞位置を求める問題に対して解析を行う.

2.3 ラグランジュ関数の停留条件の導出

式(10)の最小化問題において,式(6)~式(9)が制 約条件となる.そのため,随伴変数ベクトル{*λ*}を 導入し,評価関数を式(11)のように拡張する.

$$J^* = J + \{\lambda_i\}^T ([M]\{\ddot{u}_i\} + [C]\{\dot{u}_i\} + [K]\{u_i\} - \{f_i\})$$
(11)

式(11)はラグランジュ関数と呼ばれ,式(11)に対す る停留条件より式(12)に示す随伴方程式が得られ る.

$$[M]^{T} \{ \dot{\lambda}_{i} \} - [C]^{T} \{ \dot{\lambda}_{i} \} + [K]^{T} \{ \lambda_{i} \}$$

+[Q]^{T} (\{u_{i}\} - \{u_{\text{iobs}}\}) = \{0\} (12)

また,式(13)~式(15)もラグランジュ関数の停留条 件から得られ,振動解析により得られた変位応答 {*u*_i}を用いることにより式(12)を解くことになる.

$$\{\lambda_i(t_f)\} = \{0\} \ \{\dot{\lambda}_i(t_f)\} = \{0\} \text{ in } \Omega$$
 (13)

 $\{\lambda_i\} = \{0\} \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \tag{14}$

$$\{s_i\} = \{0\}$$
 on Γ_2 (15)

2.4 状態方程式および随伴方程式に対する有限要素方程式の時間方向に対する離散化

状態方程式に対する有限要素法方程式(式(6)), 随伴方程式に対する有限要素法方程式(式(12))の 時間方向の離散化にはニューマークのβ法を適用 する.

2.5 空洞位置同定解析の流れ

以上の定式化により誘導した方程式を用いて空 洞位置の同定計算を行う.本解析では局所最適化 アルゴリズムとして最急降下法を適用し,大域的 最適化アルゴリズムとしてランダム・トンネリン グ・アルゴリズム (以下, RTA)を適用する.まず 最急降下法の計算の流れを以下に示す.反復回数 は(1)としている.

- 1. 同定解析に必要な計算条件の入力する.
- 2. 振動解析を実施する. (式(6))
- 3. 評価関数 (式(10)) を計算する.
- 各反復回数における評価関数の差の絶対値が 許容判定値 ε 以内の場合,計算を終了する.そ うでない場合は,次のステップに進む.
- 5. 随伴方程式の解析を実施する. (式(12))
- ラグランジュ関数の空洞位置に対する勾配ベクトル{∂J*/∂x_i}を計算する.
- {x_i}^(l+1)={x_i}^(l)-{∂J*/∂x_i}^(l)により座標値を更新し、 ステップ2に戻る.

本検討では,上記に説明した局所最適化のアルゴ リズムの計算後,文献 3)に示す RTA による最適化 を行う. RTA は図 2 に示すように多峰性を有する 評価関数を対象とする場合は非常に有効な手法で あり,局所最適解に収束した場合も,大域的最適 解を探索するフェーズに移行し,解析を実施する.



3. 数値実験による検討

3.1 空洞位置の同定解析

数値実験における打撃位置を図3,図4(図4は 図3の赤枠拡大図)に示す.正解とする空洞深さ をコンクリート上表面から 50mm と設定し、打撃 荷重のピーク値を 2000N, 1000N, 500N と変え空 洞位置の同定結果について考察を行う. 振動解析 における物性値,時間方向の離散化に対する解析 条件、空間方向の離散化に対する解析条件、空洞 位置の同定解析に対する解析条件を表1 に整理す る. また, 打撃による境界条件(時間応答)の一例 を図5に示す.上記の解析条件に基づき、大域的 最適化アルゴリズムである RTA に基づき空洞深さ の同定解析を行う. 今回の検討では、図4に示す ように空洞の中心と, 打撃点の位置をずらして設 定しており,空洞の平面位置が不明瞭な場合につ いても近傍を打撃することにより、空洞深さが同 定可能であるか否かについて検討を実施する. コ ンクリート上面において, 空洞中心が (x,y)=(450mm,450mm)であることに対して, 打撃点 の位置は(x,y)=(550mm,550mm)とする. 空洞の初期 位置は 70.5mm として空洞位置同定解析を実施す る.



図3 打撃試験の打撃・観測点領域(赤枠部)



図4打撃試験の打撃・観測位置(赤枠拡大図)

表1 解析における条件

総要素数	2087
総節点数	9197
タイムステップ数	256
時間刻みΔ <i>t</i> , μs	39.0625
ヤング率 <i>E</i> ,GPa	35.096
ポアソン比ν	0.16
質量密度 ρ , kg/m ³	2300
減衰パラメータ _{K0} , K1	90, 10-6
評価関数の重みQ	109



図5 打撃荷重応答(Case1:ピーク値 2000N)

同定解析を行った結果を以下に整理する.図 6 は評価関数の履歴を示す.また図 7 に空洞深さの 同定履歴を示す.結果より,図 6 において,評価 関数が不連続的に変わっている箇所は RTA を適用 することにより,局所最適解(空洞位置を誤って 同定した場合の結果)を回避し,大域的最適解の フェーズへシフトし解析を実施していることを示 しており,大域的最適解を求めるための方法論が 必要であることを示している.また図 6 より,ど の荷重状況下においても,正解とする空洞深さ 50mm 近傍へ解(空洞位置)が収束していることが わかる.

上記の解析結果の妥当性に関する考察として, 各荷重下の解析において空洞の深さと評価関数の 値と、空洞位置同定解析により得られた結果を同 図上にプロットする.図 8~10 は、各荷重下にお いて空洞の深さと評価関数の値の関係を図化した ものであり、赤線は空洞位置を少しずつ変え順解 析を実施した際に得られた評価関数の値、青のプ ロットは空洞位置同定解析(逆解析)により得ら れた結果を示している. 図 8~10 はそれぞれ,荷 重のピーク値が 2000N, 1000N, 500N の際の結果 である. 結果より 70.5mm (各図の右側 x=70.5mm のところ)からスタートし,除々に右側へ推移し, 局所最適解へ収束した時点で, 左側の凹部におけ る探索へ移行していることを確認できる.以上に 示したように、多峰性を有する評価関数を対象と する場合には、RTA 等の大域的最適化のアルゴリ ズムの適用が必須となる.



図6 各打撃荷重における評価関数の比較





図 8 空洞深さと評価関数の関係 (荷重ピーク値 2000N の場合)

図7 各打撃荷重における空洞深さの同定履歴



図 9 空洞深さと評価関数の関係 (荷重ピーク値 1000N の場合)



図 10 空洞深さと評価関数の関係 (荷重ピーク値 500N の場合)

3.2 空洞形状の同定解析

上記の内容をもとにして,形状の同定解析へ展 開し検討を実施した内容を以下に示す.試験体モ デルのサイズは 900mm×900mm であり,高さは 180mm である.空洞は薄い円柱を仮定し,直径 300mm,コンクリート表面から空洞中心までの垂 直距離は 100mm としている.図 11 にターゲット とする空洞の形状(赤線)と,逆解析の際に設定す る初期形状(青線)を示す.また図 12 にメッシュ 図,固定境界条件,打撃点,観測点を示す.上記の 条件のもと空洞の平面形状を同定した結果を以下 に整理する. 図 13 は評価関数の履歴を示している. 局所最適 化と大域的最適化のフェーズを繰り返しながら最 終的に収束をしていることがわかる.また,形状 同定後の結果を図 14 に示す.同定後の形状(青線) は完全に目的形状(赤線)一致はしてないものの, 初期形状からスタートし,目的形状に近づいてい ることを確認できる.また各観測点における目的 形状時における変位の応答波形(赤線)と同定後 の形状における変位の応答波形(青線)の比較を 図 15 に示す.観測点全てにおいて良好な一致を示 していることを確認できる.





および初期形状(青線)







(c) 平面図(図 12)における右上の観測点



(d) 平面図(図 12)における左上の観測点図 15 各観測点における目的形状時と同定形状時における応答変位量の比較

4. おわりに

本事業では、打撃試験における空洞位置の同定 解析に対して RTA を適用し、荷重量を変えた場合 について検討を行った.各荷重の条件に対して数 値実験による比較を行ったところ、どの荷重条件 下においても、RTA による探索フェーズを介する ことで、正解とする解(空洞位置)近傍の値を得る ことができることを確認できた.実際の打撃検査 においても、打撃箇所の中心直上部を打撃できる とは限らず、本検討で実施したように、打撃箇所 と空洞中心位置がずれた場合についても考える必 要がある.この様な場合(局所最適解に落ち着い てしまう場合)には、少なくても本解析法(RTA) が必須であると考えられる. また,空洞位置の同定問題を空洞形状の同定問 題に拡張し検討を行ったところ,形状の一致性は まだ十分ではないが,初期形状に比べて目的形状 に近い同定結果を得ることができた.各観測点に おける応答波形を見ても,十分に一致しているこ とから,本解析結果以上の結果(より目的形状に 近い形状)を求めることは困難であると考えられ る.そのため,より観測点を増やす等,目的形状を より正確に表すために必要な観測点の位置等につ いて将来的には検討を要すると考えられる.

謝辞

本報告は、2019 年度の一般財団法人 新潟県建 設技術センターの「微弱打撃により取得した加速 度応答データを援用した検査場所非依存型の空洞 位置同定解析手法の構築に関する事業」による研 究助成により実施したものである.本報告内にお ける解析結果は九州大学情報基盤研究開発センタ ーの高性能アプリケーションサーバを使用し計算 を行ったものである.新潟県建設技術センターの らびに九州大学情報基盤研究開発センターの関係 者の方へ謝意を表す.

参考文献

- 吉原 健太,倉橋 貴彦,村上 祐貴,外山 茂浩, 池田 富士雄,井山 徹郎,井原 郁夫, 随伴 変数法に基づくコンクリート構造内部におけ る欠陥深度の推定解析 (打音検査による観測 変位量を想定した数値実験),日本機械学会論 文集,第85巻,第869号 pp.1-13,2019.
- 2) DiaTec Corporation,

http://www.diatec-net.co.jp/service/list.html

- 北山 哲士,山崎 光悦,一般化ランダム・トン ネリング・アルゴリズムによる大域的最適化:
 第1報,日本機械学会論文集 A 編, Vol.69, No.684, pp.1250-1256, 2003.
- 竹内則雄,寺田賢二郎,樫山和男,計算力学— 有限要素法の基礎,森北出版(株),2003.