

物理的拘束条件を付与したニューラルネットワークを用いた 未観測の河床の推定法および流速の補完法の開発

新潟大学河川工学研究室

2025 年 3 月 26 日

概要

河川における交互砂州のダイナミクスは、洪水時における流深や河床形状の計測が技術的に困難なため、その理解は容易ではない。本研究では、物理インフォームドニューラルネットワーク (PINNs) を活用した革新的手法を導入し、直接計測が困難な河川の重要な水理変数の推定を行った。この手法では、実際に取得可能な少数の流速および水位データを利用している。また、運動方程式、連続の式、質量保存則に基づく一定流量条件を物理的制約条件としてニューラルネットワークに組み込んでいる。これにより、流速場の補完に加えて、流深、河床高、粗度係数などの直接のトレーニングデータを必要とせずに逆解析が可能となる。本手法は、模型実験データと、それに基づく数値シミュレーションを用いて検証された。その結果、トレーニングデータの空間分解能が砂州の波長より細かい場合、トレーニングデータ数に対して推定精度が比較的頑健であることが明らかとなった。さらに、質量保存則を冗長制約として含めることで、モデルの収束性と精度が大幅に向上した。PINNs を用いたこのアプローチは、計測可能なデータを基盤としており、従来の方法に大きな変更を加えることなく、交互砂州を伴う複雑な河川流動を定量化する新しい手段を提供するものであり、河川の物理現象に新たな洞察を与えるものである。

1 序論

砂州上の流れの数理解析には、浅水流の近似がしばしば適用される。この近似下における流れは、水平方向流速および圧力としての水深により決定される。砂州と流れの相互作用を適切に把握するためには、流速と水深に加えて河床形状の定量化が必要となる。

河川における流速と水深の測定には、水面への直接接触やリモートセンシングなど様々な手法がある。河床形状に関しては、水位と水深のデータにより決定が可能である。流速測定について、近年の UAV とカメラの発達により、表面流速の高解像度かつ低コストな取得が可能になりつつある。しかし、水深測定は手法によらず依然として課題が多い。また、それぞれの測定は基本的に独立して実施され、流れと河床形状の同時取得は困難である。相互作用の理解を目的とした場合、測定のみによる定量化は不十分であり、数理的な手法との組み合わせが必要となる。

最も一般的な手法は浅水流方程式による順解析であるが、実測データの不足により得られた結果の検証は難しい。そこで、比較的測定が容易な表面流速に基づき決定論的手法や確率論的手法により水深を逆解析する手法が提案されている。これらの手法は初期推定値や事前分布の設定、データのノイズに敏感であり、最適な推定結果を得られない場合がある。

近年では、深層学習技術の発展に伴い、逆問題に対して従来手法と比較し高い性能を示している。河川における平面二次元流れの逆解析への応用も進んでいる。しかし、数値計算のみに基づく教師データの使用による推定値の支配方程式への不整合や物理的解釈の困難性、モデルのブラックボックス性など、いくつかの課題が残されている。これらの課題は、流れを支配する方程式が深層学習へ組み込まれず、推定値が物理法則と直接は無関係であることが原因である。

これらの課題に対して、近年、深層学習へ支配方程式と現象に関する事前知識を制約として組み込む Physics-informed neural networks (PINNs) が提案されている。PINNs は流体力学分野で広く応用されており、大規模な数値計算を必要とせず、偏微分方程式の高速な計算と柔軟な物理的制約の組み込みが可能である。さらに、PINNs は様々な不良設定の逆解析問題へ適用されており、河川分野においても一次元の浅水流方程式を用いた粗度係数の推定など、その有効性が示されている。

これらの利点を踏まえ、本研究では平面二次元の浅水流方程式に基づく PINNs を用いて、砂州と流れの相互作用を定量化することを目的とした、砂州上の流れと河床形状を同時に推定する手法を提案する。深層学習由来の非線形な現象に対する表現能力と物理法則に基づくロバスト性により、限られたデータしか取得出来ない実河川に対して高い適用可能性を持つ手法が構築可能と考えられる。具体的には、UAV で得られる疎らな表面流速と水位・ハイドログラフの実河川を想定した教師データのみに基づき、水深と河床形状のデータを一切必要とせずに、これらを同時に推定する逆解析手法を構築する。これにより、実河川での適用可能性が大きく向上し、スケールを問わずに模型実験でも使用可能な手法となる。また、砂州上の流れへの PINNs の適用自体も新しい試みである。本研究は平面二次元の範囲内であるが、複雑な河川の現象に対する PINNs の適用可能性を示すものであり、河川分野における機械学習の発展に寄与する。本手法により、砂州の物理に関する仮説の検証や、相互作用の理解を深めるためのデータを提供することが可能となり、河川物理の発展へ大きく貢献すると考えられる。

本研究では、河川の砂州に関連する現象を定量化し、実際に測定可能な疎な流速データを基に、空間的に連続した流れの水深および河床形状の推定が可能であることを示す。本手法では PINNs を用いており、従来法と比べて推定性能・解釈性・頑健性の点で優れている。本論文ではまず、ニューラルネットワークの方法論と物理的制約条件、および損失関数について説明する。次に、具体的な問題設定を提示し、その結果と意義について議論を行う。さらに、PINNs を用いて河川流れの理解を深化させる方法について検討する。

なお、本研究では、結果の図や表については、文末にまとめた。

2 研究方法

本節では、ニューラルネットワーク、物理的制約条件、損失関数の概要を示し、本手法について説明する。

2.1 ニューラルネットワーク

本研究では、流速・水深・河床高などの目的変数に関する初期条件、境界条件、実験・観測データが得られている状況を想定する。これらのデータを用いて物理的制約と組み合わせ、主要な変数を推定するニューラルネットワークを設計する。

PINNs では一般に完全結合型ニューラルネットワーク (FCNN) が用いられる。FCNN は入力データと出力データ間の任意の非線形関係を学習できるため、PINNs が対象とするような空間的・時間的に分布するデータの処理に適している。そのため、本研究でも FCNN を採用する。

入力は座標 (x, y) であり、ニューラルネットワークは x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、水深 h 、河床高 z の推定値を出力する。

$$\tilde{h} = NN_1(x, y; \mathbf{w}_1, \mathbf{b}_1) \quad (1)$$

$$\tilde{u} = NN_2(x, y; \mathbf{w}_2, \mathbf{b}_2) \quad (2)$$

$$\tilde{v} = NN_3(x, y; \mathbf{w}_3, \mathbf{b}_3) \quad (3)$$

$$\tilde{z} = NN_4(x, y; \mathbf{w}_4, \mathbf{b}_4) \quad (4)$$

ここで、記号 $(\tilde{\cdot})$ はニューラルネットワークによる各変数の推定値を示し、 $\mathbf{w}$ と $\mathbf{b}$ はそれぞれニューラルネットワークの重みとバイアスであり、損失関数を通じて連結される。

さらに、本手法では流れに大きく影響を与える粗度係数も推定する。粗度係数は各ノードで最適化されるパラメータとしてニューラルネットワークによって推定される。

2.2 物理的制約条件

本手法は洪水時の砂州上の流れを対象としている。砂州を有する日本の主要河川において、洪水時の観測流量・水位から非定常項（時間微分項）の大きさは、支配的な圧力項に比べて5%未満であることを報告している。そのため、定常状態を仮定し、支配方程式として2次元の連続式および時間微分項を除いた運動方程式を用いる。

$$\frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial(hu^2)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(hv^2)}{\partial y} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho} \quad (7)$$

ここで、 x は流れ方向、 y は横断方向、 H は水面標高、 g は重力加速度、 τ_x, τ_y はそれぞれ x, y 方向の河床せん断力、 ρ は水の密度である。水面標高 H は河床高 z と水深 h の和として次式で表される。

$$H = z + h \quad (8)$$

Manning 式を抵抗則として用いる場合、河床せん断力は以下のように表現できる。

$$\frac{\tau_x}{\rho} = \frac{gn^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (9)$$

$$\frac{\tau_y}{\rho} = \frac{gn^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (10)$$

ここで、 n はManning 粗度係数である。

本研究では、運動方程式の拡散項（二階微分項）は考慮しない。これは自動微分において微分次数が増えると計算負荷が高まるためである [2]。付録の順解析において拡散項を考慮した数値解析結果と PINNs の推定結果を比較し、著しい差異がないことを確認した。

2.3 冗長な物理的制約条件

従来研究で報告されているように、PINNs に冗長な物理的制約条件を導入することで推定精度の向上や学習の加速が可能である。本研究では、連続式に加えて、定常流れでの流量一定の条件を導入する。

定常流では、各断面の流量が全区間で一定であるため、次式が成立する。

$$Q_c = \int_B \sqrt{(uh)^2 + (vh)^2} dy \quad (11)$$

ここで、 Q_c は定常流量、 B は河道幅である。この条件は逆解析の強力な制約条件となる。多くの河川で水文曲線として流量が得られているため、この条件は広く適用可能である。

2.4 PINNs の構造

図1に示すように、本研究では粗度係数 n の逆解析も同時に行う。なお、本研究では動的なパラメータ調整は行っていない。

2.5 損失関数

学習時に最小化する損失 L は次のように定義する。

$$L = L_{\text{PDE}} + L_{\text{ref}} + L_Q \quad (12)$$

3 問題設定

序論で述べたように、河川の水面流速の計測は比較的容易であり、特に画像を用いた手法の場合は顕著である。一方、洪水時の流深を計測することは非常に困難である。本研究では、ある程度の密度で流速が計測可能な場合に、PINNsを用いて流速の空間的な補完を行うとともに、流深および河床高を推定することを問題として設定する。また、流速以外にも、河川観測所で計測された水位やハイドログラフに基づく流量をトレーニングデータとして利用する。これは一般的に利用可能な制約条件である。例えば交互砂州が多く存在する日本では、全国各地に河川観測所が整備され、ハイドログラフが作成されている。

3.1 PINNs に用いる河床形状および水理量の生成

この課題に取り組むためには、砂州状の特徴を持つ河床形状、流速、流深のデータが必要となるが、実河川において高密度な河床形状データを得ることは難しい。そこで本研究では、模型実験により自発的に形成・発達した河床高を高密度で計測し、それを基に二次元数値シミュレーションにより流速と流深を生成する方法を採用した。

3.1.1 河床形状生成のための模型実験

まず河床形状を生成するため、以下の模型実験を実施した。実験に用いた模型水路は直線状の矩形断面を持ち、全長 12 m、水路幅 0.45 m である。河床材料には平均粒径 0.76 mm のシリカサンドを使用した。

実験条件を表 1 に示す。Case 1 は常流、Case 2 は射流の条件である。これらの条件下で模型実験を行い、自発的に形成・発達した砂州の幾何学的形状を、ストリームトモグラフィー [3] (ST) により密度 $1 \times 1 \text{ cm}^2$ で計測した。これにより、計測点数は合計 700×45 点となった。

3.1.2 流速および流深生成のための数値シミュレーション

次に、流速および流深を生成するため、前節で取得した河床形状に対して、iRIC の平面二次元ソルバー Nays2D [4, 5] を用いた数値シミュレーションを実施した。数値解析における境界条件は以下のように設定した。上流端は一定流量、下流端は等流水深に基づく一定水位、側壁は非滑り条件とした。具体的な値は表 1 に示した値を基準とした。マンニング粗度係数はマンニング・ストリックラーの式から計算し、0.014 で一様に設定した。数値シミュレーションの格子間隔は ST の計測間隔と同一とした。この条件下で、固定床の定常流が成立するまで数値シミュレーションを行った。

3.1.3 模型実験と数値シミュレーションの結果

図 2 は、Case 1 と Case 2 において ST で計測された河床高、および Nays2D を用いたシミュレーション結果として得られた流深と流速を示している。左が Case 1、右が Case 2 であり、上から順に河床高 z 、流深 h 、 x 方向流速 u 、 y 方向流速 v の結果である。流れの方向は紙面左から右方向である。

3.2 トレーニングデータの構成

図3は、参照値からランダムかつ疎にサンプリングしたトレーニングデータを示している。左がCase 1、右がCase 2である。上から順に x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、水面高 H である。

u と v については、総格子点数の1%にあたる315点をサンプリングした。一定密度のトレーニングデータにより水理量を適切に推定できる範囲を調査するため、ラテン超方格サンプリング (LHS) を用いて空間的に一様に分布するようにデータを抽出した。

図4は、Case 1 の上流端から 0.45 m 地点における一辺 0.45 m の正方形領域内での u 、 v トレーニングデータの分布を示しており、 $0.45 \times 0.45 \text{ m}^2$ の領域内に 20 個のトレーニングデータがある。この領域は図3のCase 1における u のトレーニングデータ内で赤い破線で示されている。表2は、全水路内で $0.45 \times 0.45 \text{ m}^2$ ごとに存在する u 、 v トレーニングデータ数 N を示しており、水路全体で均等に分布していることが確認できる。次の式を用いて 0.45 m 正方形領域内のトレーニングデータ間の距離を推定すると、およそ 0.1 m となる。

$$d = \frac{L}{\sqrt{N}} \quad (13)$$

ここで、 d はトレーニングデータ間の距離、 L は正方形の一辺の長さ、 N はトレーニングデータ数である。砂州波長を堆積部から侵食部までの距離として定義すると、Case 1 と Case 2 の砂州波長はおよそ 1~3 m となる。サンプリング定理の観点から、このトレーニングデータ間隔 d は十分に短いと考えられる。

水位 H のトレーニングデータは左右両岸それぞれ3点ずつ、計6点をサンプリングした。これは砂州の波長程度の間隔で設定することを目的としたものである。 H のトレーニングデータも、 u 、 v と同様に LHS を用いてサンプリングした。

重要な点として、 u と v は同じ座標でサンプリングされており、流深 h と河床高 z はトレーニングデータに含まれていない。また、水面高のトレーニングデータは、通常河川の両岸で水位観測が行われることを前提としている。

さらに、以下のように河川での計測を必要としない境界条件を学習データとして設定した。

$$v(x, y_0) = 0 \quad (14)$$

$$v(x, y_1) = 0 \quad (15)$$

ここで、 y_0 は右岸の y 座標、 y_1 は左岸の y 座標である。具体的な設定は図5に示す。本研究では、指定座標の間隔は参照値と同じ 1 cm としている。

3.3 物理的制約条件の設定

図6(a)は、自動微分により計算される偏微分方程式が満たされるべき残差点を示している。本研究では、計算リソースの制約および学習の適切な進行を考慮し、試行錯誤の結果 5000 点を設定した。領域全体で微分方程式の学習を進めるため、残差点は一定の反復回数ごとにランダムに再設定される。

図6(b)は、各断面での流量がチャネル全体で一定となるよう制約を課すためにランダムな x 座標で 1 cm 間隔の断面を設定したものである。これらの断面は合計 100 箇所あり、断面間の距離は最小で 10 cm とし、砂州波長よりも十分に短いものとなっている。残差点と同様に、断面の x 座標も一定回数の学習反復後に再設定される。

3.4 損失関数および学習パラメータの設定

本問題設定において、 L_{ref} は観測データとしてサンプリングされたシミュレーション結果に基づく L_{obs} と、側壁に $v=0$ を課した L_{BC} から構成され、以下の式で与えられる。

$$L_{\text{ref}} = L_{\text{obs}} + L_{\text{BC}} \quad (16)$$

L_{BC} を強調すると、モデルが側壁だけでなくチャンネル全体で $v=0$ の流れを予測するように学習されることが確認されたため、 L_{obs} 、 L_{BC} の重みを以下のように設定した。

$$L_{\text{ref}} = 10^4 L_{\text{obs}} + 10^2 L_{\text{BC}} \quad (17)$$

損失関数全体を考慮し、さらに L_{PDE} と L_Q に重みを追加して、最終的に損失関数 L を次のように定義した。

$$L = 10^5 L_{\text{PDE}} + 10^4 L_{\text{obs}} + 10^2 L_{\text{BC}} + 10^6 L_Q \quad (18)$$

学習プロセスは合計 500,000 回反復され、残差点は 1,000 回ごとに更新された。最適化手法には PINNs の先行研究で頻繁に用いられる Adam オプティマイザを採用し、学習率は 0.001 とした。ニューラルネットワークは隠れ層 8 層、各層に 60 個のニューロンを設け、活性化関数として tanh 関数を用いた。流深 h および粗度係数 n の出力層には負の値を取らないように Softplus 関数を使用し、それ以外の変数の出力層には恒等関数を用いた。

粗度係数はニューラルネットワークで最適化されるパラメータの一つとして扱われるが、初期値の設定が必要である。本研究では、粗度係数の初期値として参照値の 2 倍にあたる 0.028 と、参照値の半分にあたる 0.007 の 2 種類を設定した。シミュレーションで設定した粗度係数の参照値は 0.014 である。それぞれの変数の予測値に大きな差が見られなかったため、本研究では粗度係数の初期値が 0.028 の場合の結果のみを掲載した。

3.5 参照値と予測値の縦断的比較

図 9 および図 10 は、それぞれ Case 1 および Case 2 における左岸、中央部、右岸における各変数の縦断分布を示している。順番は左岸、チャンネル中央、右岸である。青色の線は参照値、オレンジ色の線は予測値を表す。上から順に x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、流深 h 、河床高 z を示す。縦断分布の位置は、Fig. 7 および Fig. 8 の河床高 z に示されている。左岸は一点鎖線、中央は点線、右岸は破線で示している。縦断分布の位置は、Case 1 で右岸からそれぞれ 7 cm、23 cm、38 cm、Case 2 で右岸からそれぞれ 4 cm、23 cm、41 cm である。

Case 1 の図 9 を見ると、すべての変数において参照値と予測値の全体的な分布が良好に一致している。トレーニングデータを使用している u および v については、急変する箇所も含めて適切な推定がなされている。しかし、トレーニングデータを用いず間接的に推定された z および h については、一部の位置で参照値との誤差が大きくなっている。特に右岸の下流部の縦断分布において、他の領域よりも誤差が大きい。この部分での u および v の予測値が適切であることから、この原因はトレーニングデータの設定に起因すると考えられる。右岸下流端は河床高が低下する侵食領域であり、このような領域では数値シミュレーションにおける下流端の境界条件が適切に設定されていないと、結果が不正確になる可能性がある。本研究でトレーニングデータとして生成した数値シミュレーションの下流端境界条件では、水位が横断方向に一定として設定されている。これが、PINNs で予測した h と z の値が参照値と大きく異なる原因と考えられる。

Case 2 の図 10 においても、Case 1 と同様に参照値と予測値の分布が全体的に良好に一致している。Case 1 と比較して、Case 2 のトレーニングデータには特に u および v の高波数成分が多く含ま

れており、全体の平均値よりもトレーニングデータにフィットするような分布を示している。これは過学習の傾向を示唆しているが、スペクトルバイアスが高波数成分の学習を抑制することにより、結果としてより安定した推定を可能にしている。このためスペクトルバイアスは逆解析においてノイズに対するロバスト性を高める効果がある。本研究における参照値の高波数成分はノイズではないが、疎なトレーニングデータを用いる場合には課題となり得る。Case 2 では、このスペクトルバイアスが有効に作用し、推定精度の向上に寄与したと考えられる。

表 5 はチャンネル全体のトレーニングデータ数 (N_{all}) と、0.45 m 四方の領域内のトレーニングデータ数 (N) および式 (13) を用いて計算したトレーニングデータ間の距離 (d) の関係を示している。

表 6 は Case 1 および Case 2 における各変数の均一流値で割った RMSE を示している。

3.6 トレーニングデータ量の増減による推定結果の変化

これまでトレーニングデータ数は ST での全測定点数の 1% にあたる 315 点と設定し、トレーニングデータ間の距離を式 (13) に従って約 0.1 m としてきた。ここではトレーニングデータ量を増減させた場合の推定結果の変化について検討する。

表 5 は、 u , v のチャンネル全体におけるトレーニングデータ数 (N_{all}) と 0.45 m 四方の領域内のトレーニングデータ数 (N)、式 (13) を用いて計算したトレーニングデータ間の距離 (d) を示したものである。ただし、 N は各領域で若干異なるため、平均値を示している。 d を確認すると、トレーニングデータ間距離は最小で 0.21 m、最大で約 0.03 m であり、砂州波長と比較すると十分に短い。 H の設定はすべて同一である。

図 11 は、表 5 に示したトレーニングデータ数を用いてモデルを学習させた場合の各変数の予測値の縦断分布を示している。左が Case 1、右が Case 2 であり、上から順に x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、流深 h 、河床高 z を示す。予測値はトレーニングデータ数ごとに異なる色で示されており、凡例は図の下部に示した。各縦断分布は Fig. 9 および Fig. 10 の右岸のものである。

図 11 において、Case 1 および Case 2 のどちらについてもトレーニングデータ数の変化による予測値の大きな違いは確認できない。これらの結果は、砂州波長よりも短い間隔でトレーニングデータが存在すれば水理量の推定が可能であり、多量のトレーニングデータは必ずしも必要でないことを示している。Case 1 の下流方向における h と z の予測値の誤差が大きい問題は、トレーニングデータが多い場合でも同様であり、この結果は使用するトレーニングデータ量にかかわらず同一の解に収束していることを間接的に示している。

表 6 は、Case 1 および Case 2 における各変数の均一流値で割った RMSE を示している。トレーニングデータ数が多いほど u と v の精度は向上するが、間接推定である h と z の精度改善度はそれほど大きくない。これらの結果からも、本手法で水理量を推定する際に大量のトレーニングデータが必須ではないことがわかる。この精度が、直接的なトレーニングデータが無い場合の精度の限界と考えられる。

4 河川流れにおける冗長な物理制約の重要性

これまでの研究では、支配方程式だけでなく冗長に物理的な制約を PINNs に取り入れることの重要性が知られるようになってきた。本研究では、定常流れを仮定することで積極的に導入できる、各断面での流量一定条件を損失関数としてモデルに組み込んで学習を行った。ここでは、本研究で行った逆解析および順解析の予測値と、この流量一定制約を除外した場合の予測値を比較することで、この手法の有効性を示す。

順解析・逆解析ともに流量一定制約 L_Q を除外した場合、最小化すべき損失関数 L は以下のよう

になる。

$$L_{\text{inverse}} = 10^5 L_{\text{PDE}} + 10^4 L_{\text{obs}} + 10^2 L_{\text{BC}} \quad (19)$$

$$L_{\text{forward}} = 10^5 L_{\text{PDE}} + 10^5 L_z + 10^4 L_M + 10^4 L_H + 10^2 L_v \quad (20)$$

ここで L_{inverse} は逆解析、 L_{forward} は順解析における損失である。境界条件、データ入力方法、ニューラルネットワーク構造、学習率、反復回数など、他のすべての条件を一定として、 L_Q の有無による推定結果の差異を調べる。

図 12 は、順解析および逆解析においてすべての場合で推定対象となる流深 h の平面図である。(a) は Case 1 の順解析、(b) は Case 1 の逆解析、(c) は Case 2 の順解析、(d) は Case 2 の逆解析を示している。

すべてのパターンの中で、物理的に妥当なモデルが学習されたのは Case 1 の順解析 (a) のみである。その他のパターンにおける流深の予測分布は明らかに不適切である。逆解析においては、(b) と (d) のいずれも、予測値の分布だけでなくその大きさも非現実的である。

物理的に妥当な予測値を出力できた Case 1 の順解析 (a) において、 L_Q を含めた場合と精度を比較する。表 7 は、 L_Q を含めた場合と含めない場合の各変数の RMSE を比較したものである。また、これらの値を均一流時の流深 h_0 および流速 u_0 で割った値も示している。直接参照値から学習した z の変数では両者で RMSE は同じである。しかし、それ以外の変数の RMSE は L_Q を除外した場合に大きくなっている。これは冗長な物理制約が学習の収束のみならず、推定精度の向上にも寄与することを示している。

5 考察

本研究では、PINNs を用いて、疎な流速および水位の学習データから、流速を推定するとともに、流深および河床高を間接的に推定した。ここでは、PINNs を用いた水理量推定に関する新たな可能性について議論する。

5.1 砂州に関連する水理量の推定可能性

現在、河道幅の約 10 倍程度の波長を持つ砂州において、流速および流深を同時かつ連続的に計測する手法は確立されておらず、特に洪水時の計測は非常に困難である。また、砂州の物理を理解する上で重要となる、洪水時の河床高の空間的に連続した変化を得ることも難しい。

本研究では、砂州の波長に対して十分に短い間隔で疎な学習データが得られる場合、学習データとして直接与えられた流速だけでなく、学習データを与えていない流深や河床高といった水理量も間接的に推定できることを示した。これらの結果は、砂州スケールの流れを計測によって定量化する際に必要となる水理量やその分解能を規定するための基礎的な知見を与える。

実河川では、流深よりも二次元平面上の流速の計測が容易である。流速を適切に計測できる場合、従来困難であった洪水時の流深および河床変化を定量化できる可能性がある。さらに、PINNs に土砂輸送量を未知変数として組み込むことで、その推定が可能となり、土砂輸送モデルの改善にもつながると期待される。

5.2 粗度係数の空間分布推定と摩擦損失モデル改善の可能性

物理モデルに基づいて河川流速および流深を定量化することは、依然として計測データが限られた河川では重要な手法であり、理論的基盤の確立および精度の向上が求められている。物理モデルによる水理量推定における最も基本的な課題の一つは、非滑り条件を適切に表現するために

必要な摩擦損失のモデル化である。河川流れは一般に加速流であり、等流状態はむしろ例外的であるが、現在の浅水方程式における摩擦損失モデルは主に Manning 式のような等流公式に基づいている。加速流に対して等流を仮定した摩擦損失モデルを適用することには理論的な問題があり、また実用上の適用性も十分に検証されていない。

本研究で実施した逆解析では、粗度係数を未知変数として扱い、妥当な値が得られた。PINN の枠組みでは、推定対象を単一の定数から空間分布の推定へと容易に拡張できる。具体的には、計測された流速を学習データとして利用することで、粗度係数の空間分布を推定できる。このような手法で得られる粗度係数の空間分布は、摩擦損失モデルの改善に重要な知見を与える可能性がある。

6 結論

地球物理学および土木工学の分野において、砂州上の流れや砂州自体の物理的理解は重要な課題である。しかし現状では、砂州の波長にわたり流速と流深を連続的に計測する手法は確立されておらず、河床の形状を測定することも難しい。特に洪水時にはその困難さが一層増す。

本研究では、河川で比較的容易に測定できる疎な流速と水位データを学習データとして利用し、浅水方程式と質量保存則を冗長的な物理制約として組み込んだ PINNs を適用した。その結果、疎な流速データの補完が可能であることに加え、直接の学習データを必要とせずに、流深、河床高、粗度係数を推定できることを示した。このような PINNs ベースの手法は、計測可能なデータのみを利用し、従来の方法を大きく更新することなく、交互砂州における複雑な河川流れを定量化する新たな手段を提供する。

さらに本研究で与えた砂州波長より十分に短い間隔での流速データについては、データ数の違いが推定結果に大きな影響を与えなかった。このことは、本手法が定量化したい現象に応じて学習データ量を柔軟かつ頑健に調整できることを示唆している。

一方で、PINNs によって得られる予測値は、制約として用いられた浅水方程式の仮定に基づくものであることに注意が必要である。また、本研究の PINNs による水理量推定では、高周波成分への適用性が低下する現象が見られた。この現象は深層学習に固有のスペクトルバイアスに起因する可能性があるが、同時に浅水方程式自体がデューンスケールの流れの高周波成分を十分に表現できない可能性も示唆している。今後の研究では、ニューラルネットワークのスペクトルバイアスと支配方程式という 2 つの観点からさらなる検討が必要である。

参考文献

- [1] S. Fukuoka, K. Fujita, and H. Noguchi. Estimation of manning's roughness coefficient from data of flood flow. *Proceedings of the Japanese Conference on Hydraulics*, 31:323–328, 1987.
- [2] Z. Hu, Z. Shi, G. E. Karniadakis, and K. Kawaguchi. Hutchinson trace estimation for high-dimensional and high-order physics-informed neural networks. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 424:116883, 2024.
- [3] D. Moteki, T. Murai, T. Hoshino, H. Yasuda, S. Muramatsu, and K. Hayasaka. Capture method for digital twin of formation processes of sand bars. *Phys. Fluids*, 34:034117, 2022.
- [4] J. M. Nelson, Y. Shimizu, T. Abe, K. Asahi, M. Gamou, T. Inoue, T. Iwasaki, T. Kakinuma, S. Kawamura, I. Kimura, T. Kyuka, R. R. McDonald, M. Nabi, M. Nakatsugawa, F. R. Simões, H. Takebayashi, and Y. Watanabe. The international river interface cooperative: Public domain flow and morphodynamics software for education and applications. *Adv. Water Resour.*, 93, Part A:62–74, 2016.

- [5] Y. Shimizu, J. Nelson, K. A. Ferrel, K. Asahi, S. Giri, T. Inoue, T. Iwasaki, C. Jang, T. Kang, I. Kimura, T. Kyuka, J. Mishra, M. Nabi, S. Patsinghasanee, and S. Yamaguchi. Advances in computational morphodynamics using the international river interface cooperative (iric) software. *Earth Surf. Process. Landforms*, 45:11–37, 2020.
- [6] S. Wang, X. Yu, and P. Perdikaris. When and why pinns fail to train: A neural tangent kernel perspective. *J. Comput. Phys.*, 449:110768, 2022.

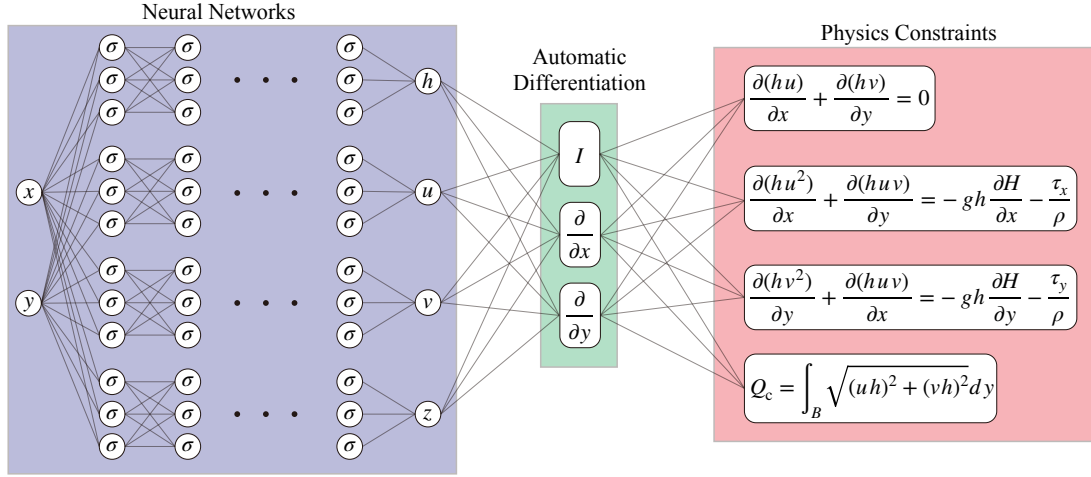


図 1: 本研究で用いた PINNs の概念図。各予測対象変数に対して独立したニューラルネットワークを構築している。パラメータ σ には河床粗度係数 n が含まれる。

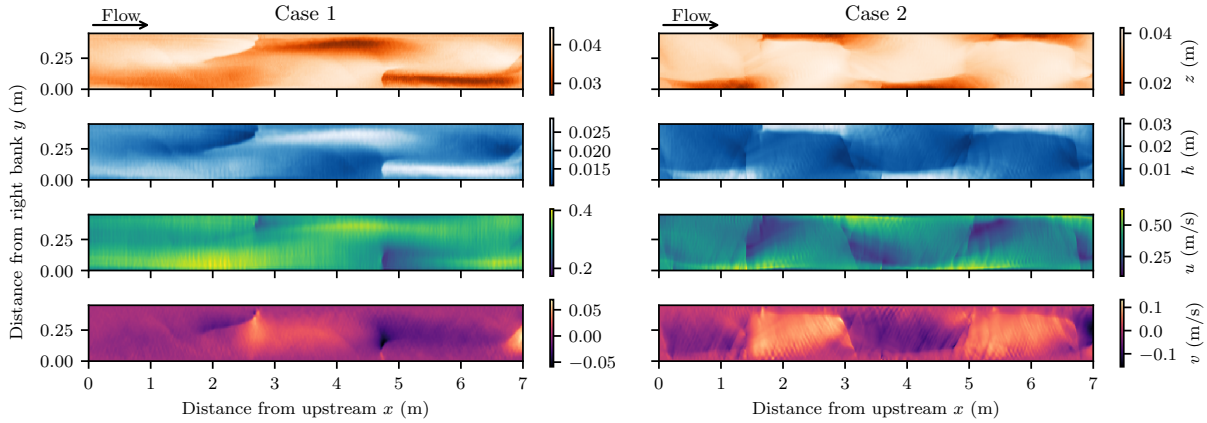


図 2: 本研究の参照値として用いた実測河床高およびシミュレーションによる流深と流速。左が Case 1、右が Case 2 である。上から順に河床高 z 、流深 h 、 x 方向流速 u 、 y 方向流速 v を示す。流れは紙面左から右方向である。

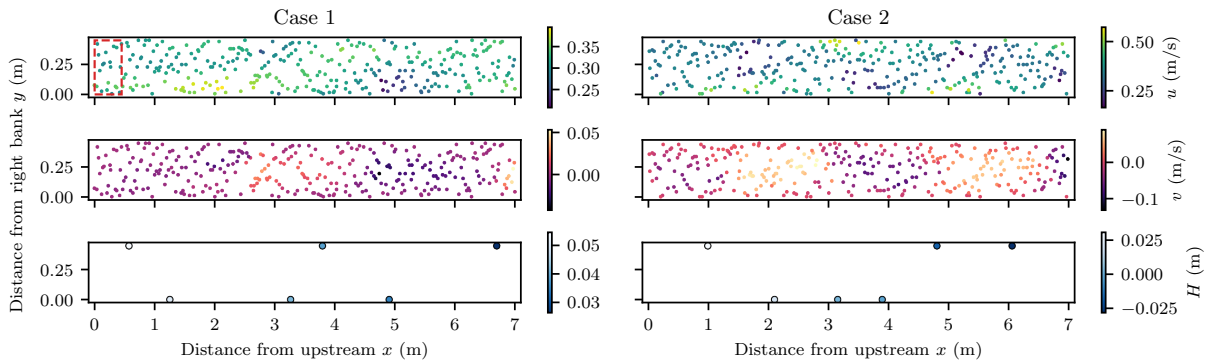


図 3: 参照値からランダムにサンプリングされたトレーニングデータ。左が Case 1、右が Case 2 を示す。上から順に x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、水面高 H である。 u と v については、格子点全体の 1% にあたる 315 点をサンプリングしている。 H については、右岸と左岸からそれぞれ 3 点ずつサンプリングしている。なお、 u と v は同一の座標でサンプリングされており、トレーニングデータには流深 h および河床高 z は含まれていないことに注意されたい。

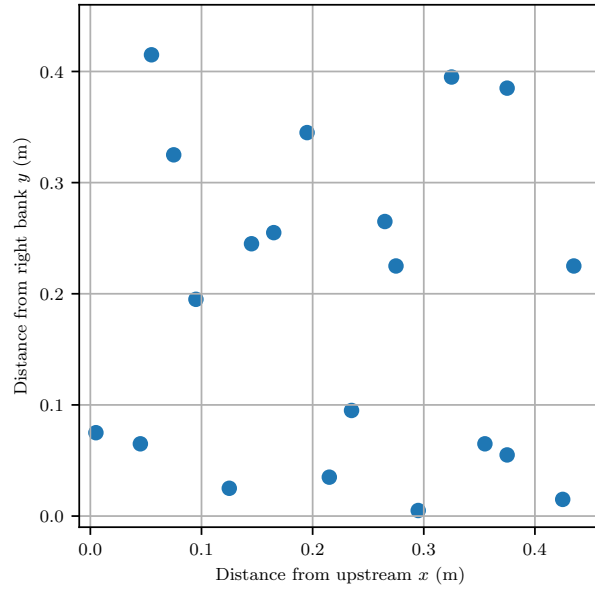


図 4: Case 1 の上流端から 0.45 m 地点における一辺 0.45 m の正方形領域内での u, v トレーニングデータの分布。0.45×0.45 m² の領域内に 20 個のトレーニングデータがある。この領域は図 3 の Case 1 における u のトレーニングデータ内で赤い破線で示されている。

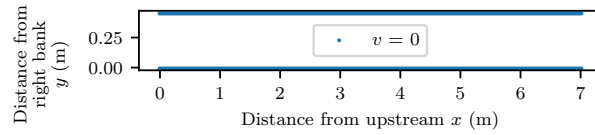


図 5: トレーニングデータとして与えた側壁の境界条件。これらは流れ方向に約 1 cm 間隔で設定され、ST の間隔に一致している。

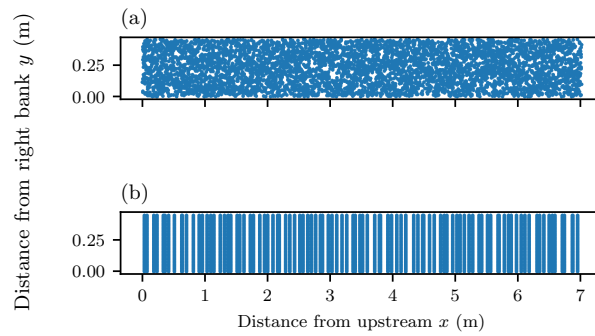


図 6: 物理的制約条件を課すための座標設定。(a) 偏微分方程式の残差点。(b) 断面流量を一定に保つための座標点。

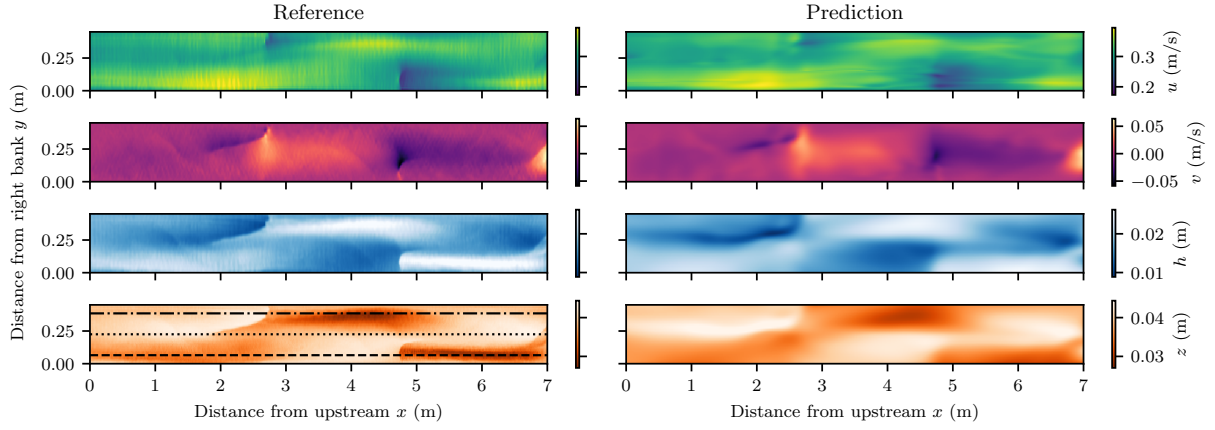


図 7: Case 1 (常流) における参照値 (左) と予測値 (右) の平面図。上から x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、流深 h 、河床高 z を示す。河床高の予測値は河道勾配を差し引いて表示している。

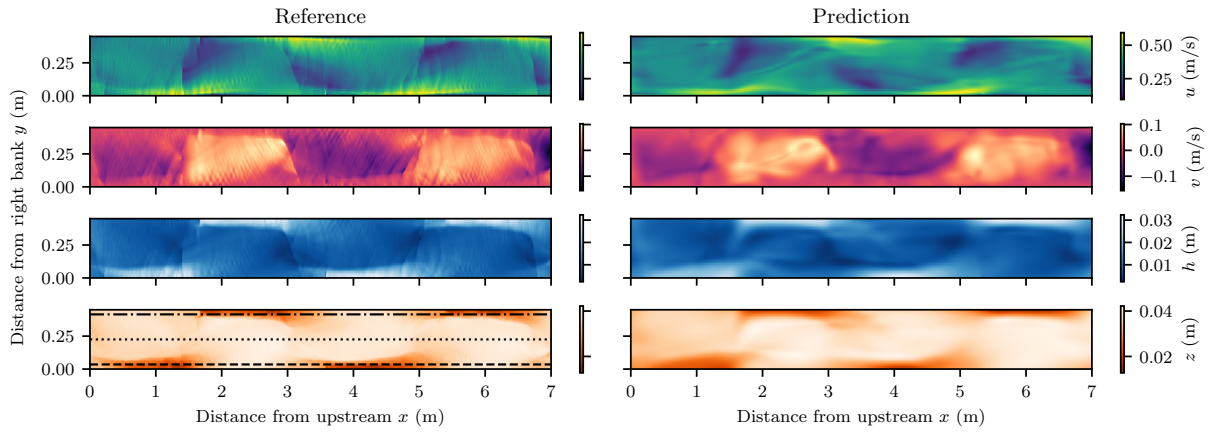


図 8: Case 2 (射流) の参照値と予測値の平面図。詳細は Case 1 (図 7) に同じ。

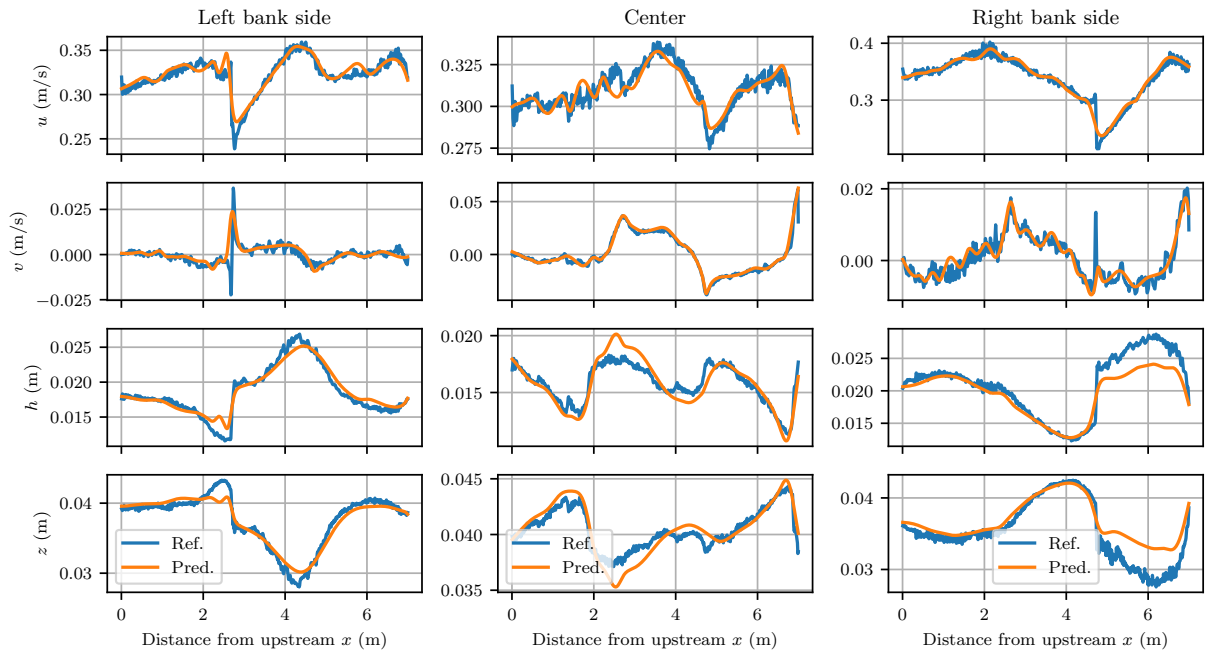


図 9: 図 7 に示した Case 1 の左岸、中央、右岸の各変数縦断分布。上から x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、流深 h 、河床高 z である。青が参照値、オレンジが予測値を示す。位置は右岸からそれぞれ 7 cm、23 cm、38 cm。

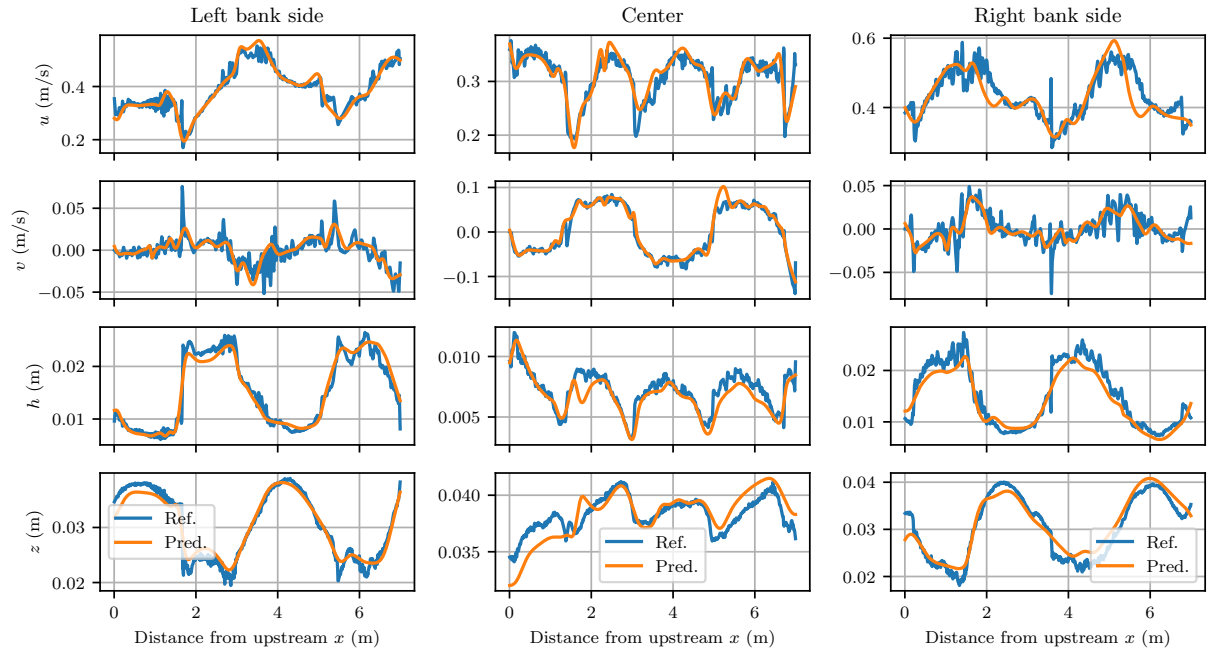


図 10: 図 8 の Case 2 における縦断分布。詳細は Case 1 (図 9) と同じ。位置は右岸から 4 cm、23 cm、41 cm。

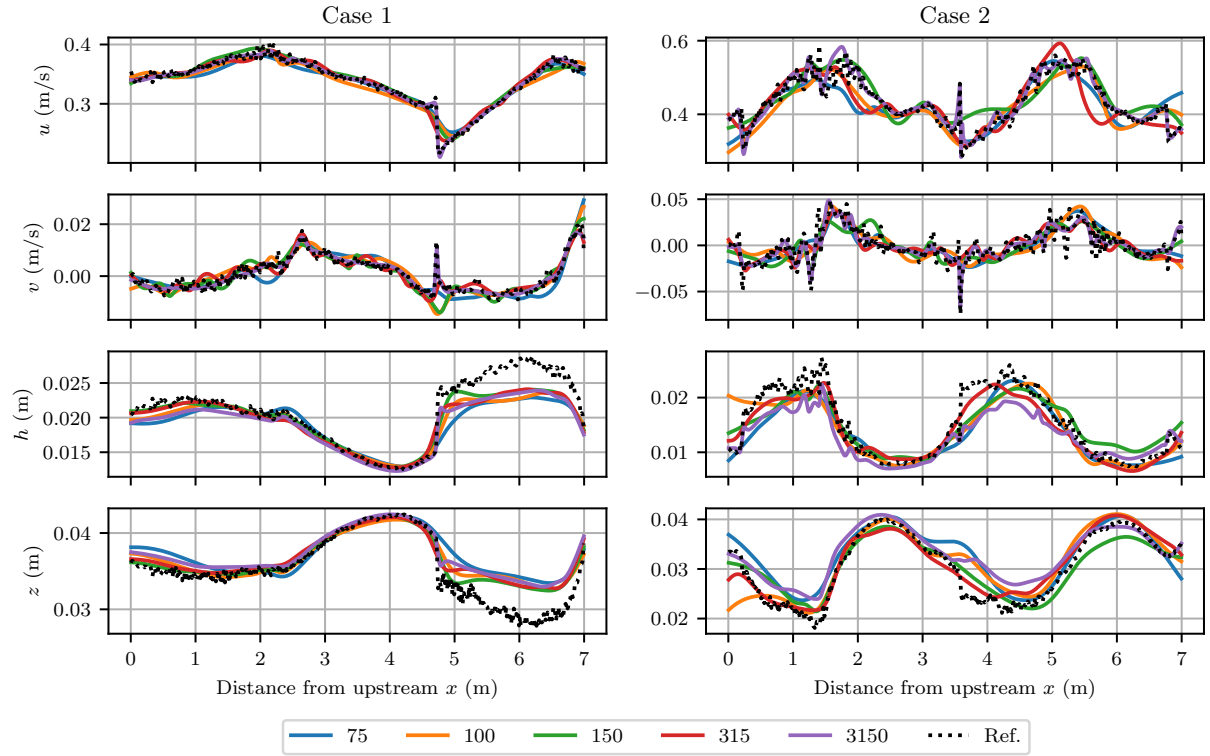


図 11: トレーニングデータ数を変化させたときの予測値の縦断分布。左が Case 1、右が Case 2。上から順に x 方向流速 u 、 y 方向流速 v 、流深 h 、河床高 z 。色分けはトレーニングデータ数による。位置は右岸を示す。

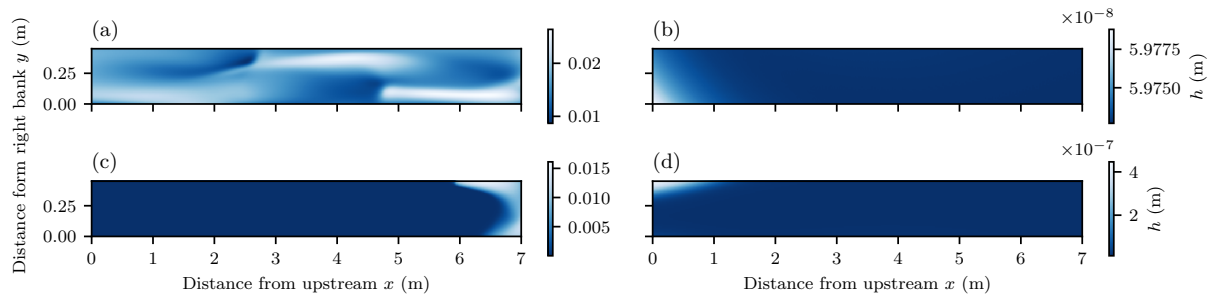


図 12: L_Q を除外した場合の流深予測値 h の平面図。(a)Case 1 の順解析、(b)Case 1 の逆解析、(c)Case 2 の順解析、(d)Case 2 の逆解析。

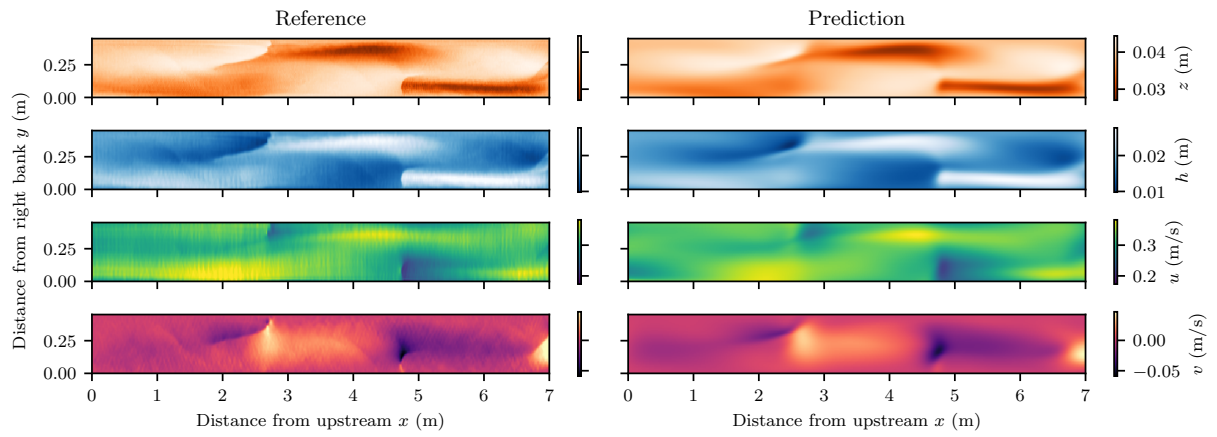


図 13: Case 1 (常流) における参照値 (左) と予測値 (右) の平面図。上から河床高 z 、流深 h 、 x 方向流速 u 、 y 方向流速 v を示す。

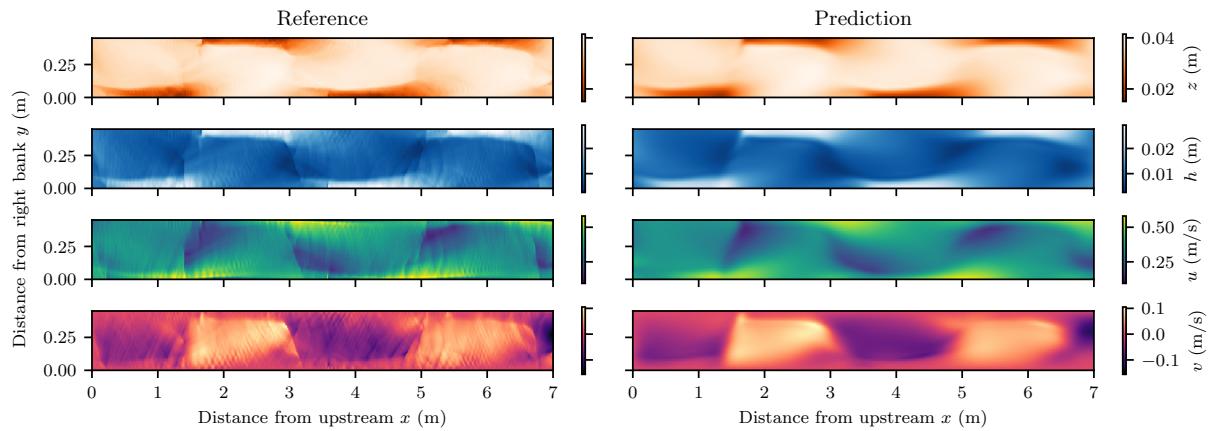


図 14: Case 2 (射流) の参照値と予測値の平面図。詳細は Case 1 (図 13) と同じ。

表 1: 実験条件

	Discharge (L/s)	Channel slope (-)	Froude number (-)	Uniform flow depth (m)	Uniform flow velocity (m/s)
Case 1	0.026	1/230	0.77	0.018	0.32
Case 2	0.016	1/80	1.18	0.010	0.36

表 2: トレーニングデータ点数 N の空間分布

x (m)	[0.00, 0.45]	[0.45, 0.90]	[0.90, 1.35]	[1.35, 1.80]	[1.80, 2.25]	[2.25, 2.70]	[2.70, 3.15]	[3.15, 3.60]
N	20	21	19	21	20	20	21	20
x (m)	[3.60, 4.05]	[4.05, 4.50]	[4.50, 4.95]	[4.95, 5.40]	[5.40, 5.85]	[5.85, 6.30]	[6.30, 6.75]	[6.75, 7.00]
N	21	19	21	20	20	21	20	11

表 3: 基準値に対する予測値の平均平方根誤差 (RMSE)

Variable	Case 1	Case 2
u (m/s)	7.3×10^{-3}	2.8×10^{-2}
v (m/s)	2.8×10^{-3}	1.2×10^{-2}
h (m)	1.8×10^{-3}	1.6×10^{-3}
z (m)	1.9×10^{-3}	1.8×10^{-3}
u/u_0	3.4%	11.7%
v/u_0	1.3%	4.9%
h/h_0	6.6%	10.7%
z/h_0	6.8%	11.9%

表 4: 粗さ係数の予測値

Initial value of n	0.0070	0.0280
Case1	0.0140	0.0140
Case2	0.0137	0.0134

表 5: u , v のチャネル全体におけるトレーニングデータ数 (N_{all}) と 0.45 m 四方領域内のトレーニングデータ数 (N)、式 (13) を用いて計算したトレーニングデータ間の距離 (d) の関係。

N_{all}	75	100	150	315	3150
N	5	7	10	20	200
d (m)	0.21	0.18	0.15	0.10	0.03

表 6: 各変数の均一流値で割った RMSE (Case 1 および Case 2)。

Case	変数	N_{all}				
		75	100	150	315	3150
1	u/u_0	5.3%	4.7%	3.7%	3.4%	1.8%
	v/u_0	2.1%	1.9%	1.4%	1.3%	0.8%
	h/h_0	7.1%	6.6%	6.3%	6.6%	5.1%
	z/h_0	7.2%	6.8%	6.4%	6.8%	5.4%
2	u/u_0	17.0%	16.1%	15.5%	11.7%	5.5%
	v/u_0	7.6%	6.6%	6.6%	4.9%	2.5%
	h/h_0	15.7%	15.4%	17.1%	10.7%	12.7%
	z/h_0	17.1%	17.8%	16.6%	11.9%	14.4%

表 7: Case 1 における L_Q の有無による推定精度の差異。

変数	L_Q を含む場合	L_Q を含まない場合
z (m)	4.4×10^{-4}	4.4×10^{-4}
h (m)	4.8×10^{-4}	1.6×10^{-3}
u (m/s)	1.4×10^{-2}	2.1×10^{-2}
v (m/s)	3.0×10^{-3}	3.7×10^{-3}
z/h_0	2.5%	2.5%
h/h_0	2.7%	8.7%
u/u_0	4.5%	6.5%
v/u_0	0.9%	1.2%